FLOREA ULUI - FLORIN MĂCEŞANU

FIZICĂ MOLECULARĂ PROBLEME... CAPTIVANTE

(cu soluţii complete)

Ediţia a 7-a

Editura EMIA
2021

CUPRINS

CAPITOLUL I
LEGILE GAZELOR
Enunțuri

1.1. Utilizând formula fundamentală a teoriei cinetico-moleculare a gazelor ideale, $p = nkT$, estimați temperatura și presiunea din interiorul Soarelui. Se va admite că steaua noastră este o sferă gazoasă cu raza $R = 7.10^{8} m$ și cu masa $M = 2.10^{30} kg$, conținând doar hidrogen atomic.

1.2. În urma exploziei unei bombe (atomice) cu plutoniu (^{242}Pu), substanța „activă" având masa $M = 1kg$, rezultă câte o particulă radioactivă la fiecare nucleu de plutoniu. Presupunând că vântul împrăștie în mod uniform aceste particule în toată atmosfera terestră, estimați numărul de particule radioactive din fiecare decimetru cub de aer de la suprafața Pământului. Raza sferei terestre este $R = 6400km$. În estimări se va considera $\mu_{aer} = 29kg / kmol$ și $p_0 = 101,3kPa$.

1.3. Să admitem că am înconjura Ecuatorul terestru cu un lanț ale cărui zale sunt molecule de apă. Cunoscând raza Pământului $R \approx 6400km$, numărul lui Avogadro $(N_A = 6,023.10^{23} molecule/mol)$, densitatea apei $(\rho = 1 g/cm^3)$, precum și masa kilomolară a apei $(\mu = 18g/mol)$ să se estimeze volumul necesar de apă.

1.4. O plăcuță metalică este așezată orizontal pe fundul unui vas în care există oxigen molecular $(\mu = 32g/mol)$ la temperatura $T = 300K$ și presiunea $p = 1,013.10^5 Pa$ Presupunând că toate moleculele de oxigen ce se ciocnesc cu plăcuța se lipesc pe ea, să se estimeze timpul necesar depunerii unui strat monomolecular, știind că diametrul unei molecule de oxigen este $d \cong 3.10^{-8} cm$.

1.5. Într-o incintă de volum constant, conținând un număr însemnat de molecule de gaz, se pompează molecule de același tip din exterior, până când numărul celor din incintă se dublează. În acest fel presiunea gazului a crescut de $n = 3$ ori. Ce s-a întâmplat cu viteza termică a moleculelor?

1.6. Determinați numărul de atomi dintr-o moleculă de gaz știind că atunci când gradele de libertate de vibrație „îngheață", indicele adiabatic γ crește de $\eta = 1{,}2$ ori.

1.7. Pe suprafața unei planete a cărei atmosferă are masa molară medie $\mu = 43g/mol$ și este formată doar dintr-un amestec de argon ($\mu_1 = 40\,g/mol$) și dioxid de carbon gazos ($\mu_2 = 44\,g/mol$), a coborât un aparat cosmic în care există o cavitate cu vid. Din cauza șocului produs la impactul cu planeta, în peretele exterior al cavității a apărut o microfisură ale cărei dimensiuni liniare sunt inferioare drumului liber al moleculelor de gaz. Astfel, prin fisură încep să pătrundă în cavitate molecule de gaz din atmosfera planetei. Determinați raportul α al concentrațiilor celor două gaze (Ar/CO_2) din cavitate, la puțin timp după apariția fisurii. Pentru simplitatea calculelor considerați că moleculele gazelor au toate aceeași energie cinetică.

1.8. Estimați viteza termică a moleculelor de heliu gazos, aflat la presiunea $p = 1\,atm$, când densitatea sa este $\rho = 0{,}18kg/m^3$.

1.9. Într-un vas cu volumul V se află un amestec format, în părți egale, din două feluri de gaze ideale nobile: atomi de argon și atomi de heliu, în total N_0 atomi. Pentru a ușura calculele, se va presupune că toți atomii au aceeași energie w. La un moment dat, în peretele vasului a apărut un mic orificiu cu aria ΔS și a început o curgere de gaze spre exterior, fară ca acest proces să afecteze omogeneitatea internă a sistemului. Altfel spus, nu este vorba despre un curent (gazodinamic) de molecule cu sensul interior $\rightarrow$ exterior, ci părăsesc vasul doar acele molecule care se mișcă spre respectivul orificiu. Determinați energia moleculelor ce au rămas în vas după τ secunde de la apariția orificiului.

1.10. Într-un vas cu volumul V se află un gaz ideal, numărul total de molecule, cvasi-punctiforme, fiind N_0. La momentul inițial $(t = 0)$, distribuția moleculelor după modulul vitezelor are forma : $n(v) = av$, pentru $0 \le v \le 0{,}5v_m$; $n(v) = -av + av_m$, pentru $0{,}5v_m \le v \le v_m$; $n(v) = 0$, pentru $v > v_m$. Aici $n(v)$ este numărul de molecule din unitatea de volum cu modulul vitezei egal cu v. Numărul celor cu viteza cuprinsă în intervalul $(v, v + dv)$ este $dn = n(v)dv$. La un moment dat, în peretele vasului a apărut un mic orificiu cu aria ΔS şi a început o curgere de gaze spre exterior, ca în problema precedentă. Părăsesc vasul doar acele molecule care se mişcă spre respectivul orificiu, celelalte molecule „nu simt" existenţa orificiului. Aflaţi distribuţia moleculelor după modulul vitezelor la momentul $t=\tau$, ştiind că ea păstrează mereu forma iniţială (se modifică doar factorul a al distribuţiei).

1.11. Într-un vas se află un gaz ideal rarefiat, numărul total de molecule fiind N. Jumătate din molecule au energia w_1, cealaltă jumătate au energia w_2. La un moment dat, în peretele vasului a apărut un mic orificiu cu aria ΔS şi a început o curgere de gaz, spre exterior, ca în cele două probleme anterioare. Presupunând că moleculele din vas nu schimbă energie între ele şi nici cu pereţii vasului, determinaţi energia medie a moleculelor din vas în momentul în care numărul celor cu energia w_1 s-a redus la jumătate.

1.12. În teoria cinetico-moleculară a gazelor se presupune că fiecare moleculă, ciocnindu-se elastic cu un perete rigid (asimilat unei suprafeţe perfect plane), se reflectă cu aceeaşi viteză (în modul), sub acelaşi unghi faţă de normala locală. Putem vorbi oare despre aşa ceva când este ştiut că dimensiunile moleculelor sunt foarte mici şi că, pentru orice moleculă, peretele apare ca o suprafaţă cu asperităţi numeroase şi cu adâncituri atât de mari precum fiordurile Norvegiei ? În aceste „caverne" molecula rămâne un timp îndelungat , după care iese printr-o ciocnire arbitrară, după o direcţie ce nu mai are nimic comun cu direcţia iniţială. Şi, totuşi, concluzia la care ajunge teoria cinetico-moleculară este corectă. Cum puteţi explica acest lucru ?

1.13. La comprimarea izotermă a unui gaz ideal temperatura lui nu se modifică, adică energiile cinetice ale moleculelor rămân nemodificate. Însă, crescând presiunea, în mod virtual (dacă i s-ar da posibilitatea să se destindă), gazul ar fi capabil să efectueze lucru mecanic. Se poate trage concluzia că gazul a primit energie în comprimarea izotermă ?

1.14. Presiunea dintre pereţii dubli ai unui vas Dewar (de termos) cu capacitatea de un litru este de $10^{-5}\,atm$. Ştiind că suprafaţa interioară a vasului este de $320\,cm^2$, să se detemine în cât timp scade temperatura ceaiului din vas de la 90^0C la 70^0C. Se cunosc: masa molară a aerului $\mu = 29g/mol$ şi căldura specifică a ceaiului $c = 4200J/kgK$.

1.15. Dacă, în condiții izoterme, presiunea unui gaz se modifică cu *200 kPa*, volumul său variază cu *3 litri* iar dacă variația presiunii este de *500 kPa*, variația de volum este de *5 litri*. Ce valori au avut presiunea și volumul inițial ?

1.16. Într-un vas cilindric, în două compartimente separate de un piston termoconductor, există dioxid de carbon și heliu la o aceeași temperatură. Volumul inițial al compartimentului cu heliu este de 5 ori mai mare decât cel al compartimentului cu dioxid de carbon. Prin încălzire până la o aceeași temperatură în ambele compartimente, o parte din dioxidul de carbon disociază conform reacției $2CO_2 \rightarrow 2CO + O_2$. De aceea, volumul compartimentului cu heliu este acum doar de 4 ori mai mare decât cel cu „gazul carbonic". Ce procent din moleculele de CO_2 au disociat ?

1.17. Un gaz biatomic, aflat la o anumită temperatură, are energia internă U. Prin mărirea temperaturii absolute de trei ori, toate moleculele (se) disociază. Cât este acum energia internă a gazului ?

1.18. Din neatenție, într-o sală de clasă, un elev a vărsat pe podea o găleată plină cu apă. Estimați ce volum de aer a fost eliminat din încăpere când s-a evaporat toată apa.

1.19. Un tub cilindric de sticlă, cu lungimea h, este introdus, în poziție verticală, până la jumătate, într-un vas adânc cu mercur. Capătul superior al tubului este astupat după care tubul se scoate afară din vasul cu mercur, rămânând mereu în poziție verticală. Care este lungimea coloanei de mercur ce rămâne în tub? Temperatura a rămas constantă. Presiunea atmosferică exprimată în lungime coloană de mercur este H .

1.20. Într-un tub de lungime $L = 26\,cm$ dispus orizontal (vezi figura 1.20), se află două dopuri de mercur cu lungimea $d = 1\,cm$ fiecare la distanța $\ell = 6\ cm$ față de capetele deschise ale tubului. Tubul se pune în mișcare de rotație (în plan orizontal) în jurul unei axe verticale ce trece prin mijlocul său. Pentru ce viteză unghiulară ω dopurile de mercur ajung la capetele tubului (rămânând în interiorul lui)? Presiunea atmosferică este $p_0 = 1{,}013.10^5\,Pa$ iar densitatea mercurului are valoarea $\rho = 13{,}55\,g/cm^3$.

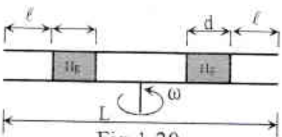


Fig.1.20

1.21. La adâncimea $h_1 = 10m$ sub nivelul apei, un scafandru poate lucra timp de o oră. Cât timp poate lucra scafandrul la o adâncime $h_2 = 30m$? Se ştie că, în cele două situaţii, el este echipat la fel şi că aerul inspirat, preluat de la rezervorul pe care îl poartă în spate, are presiunea egală cu cea hidrostatică ce corespunde adâncimii la care se află. Consideraţi că variaţia temperaturii apei cu adâncimea este neglijabilă şi presupuneţi că frecvenţa inspiraţiilor rămâne constantă, ca şi volumul de aer „absorbit" la o singură inspiraţie. Presiunea atmosferică, normală, se presupune cunoscută.

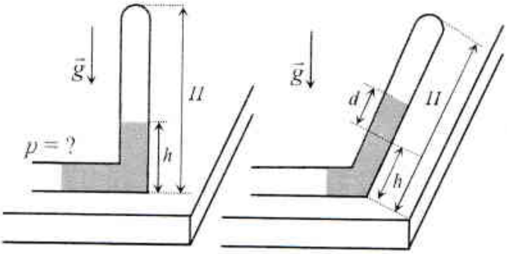
1.22. Într-un vas cu volumul constant $V = 30 litri$, se află o cantitate de gaz ideal la temperatura $t = 0^0 C$. După ce, în condiţii izoterme, o cantitate de gaz a ieşit afară din vas, presiunea gazului - ce a rămas în interior - s-a micşorat cu $\Delta p = 0,78\,atm$. Aflaţi masa de gaz ce a ieşit din vas. În condiţii normale (de presiune şi temperatură) densitatea gazului ideal este $\rho = 1,3 kg/m^3$. Se cunoaşte $p_n = 1atm$.

1.23. Un vas cilindric vertical, închis la ambele capete, are în interior două compartimente separate printr-un piston mobil termoconductor. În fiecare compartiment se află câte ν moli de aer. Când temperatura aerului din cele două compartimente este T_1, raportul volumelor lor (sus/jos) este n_1. La ce valoare T_2 a temperaturii gazelor raportul volumelor este n_2? Creşte sau scade raportul volumelor când temperatura creşte?

1.24. În interiorul unui vas cilindric orizontal, închis la ambele capete, se află un piston mobil ce se poate deplasa fără frecare. La început, pistonul se află la mijlocul vasului iar temperatura gazelor din cele două compartimente este aceeaşi. Presiunea iniţială din interiorul vasului este p_0. La un moment dat, temperatura gazului de la stânga pistonului se ridică de n ori iar cea a gazului din dreapta pistonului se micşorează de n ori. Ce valoare are presiunea gazelor în starea finală de echilibru? Aplicaţie numerică $n = 3$.

1.25. Într-un vas cilindric vertical, deschis în partea superioară, sub un piston orizontal etanş, se află o anumită cantitate de gaz ideal. Dacă pe piston se aşează un corp cu masa m, volumul gazului se micşorează de $n = 3$ ori. Ce masă suplimentară m_x trebuie aşezată pe piston pentru ca volumul gazului să se micşoreze de încă $q = 5$ ori, considerând că temperatura a rămas mereu aceeaşi (constantă) ?

1.26. Un tub de sticlă având forma literei L, este dispus inițial (fig.a) într-un plan vertical, brațul închis, de lungime H, conținând aer pe lungimea $H-h$. La colțul inferior, în interiorul tubului, se află o coloană de apă. Brațul deschis este orizontal şi este în contact cu aerul atmosferic. Se înclină încet brațul vertical, până când ambele brațe ajung în plan orizontal (fig.b) şi se constată că coloana de aer din brațul închis s-a scurtat cu d milimetri. Cunoscând densitatea apei (ρ) şi accelerația gravitațională (g), să se determine presiunea atmosferică exterioară.



a) Fig.1.26 b)

1.27. Într-un vas cilindric vertical, cu înălțimea $h = 40cm$ şi secțiunea interioară $S = 10cm^2$, închis la ambele capete, se află un piston greu. Inițial, pistonul se află în echilibru mecanic la jumătatea vasului, deasupra aflându-se heliu la presiunea $p_0 = 10^4 Pa$, iar sub piston numai oxigen. Pistonul este permeabil pentru heliu, nu însă şi pentru oxigen. În starea finală de echilibru pistonul ocupă o altă poziție, 75% din masa de heliu aflându-se acum sub piston. Temperatura s-a menținut permanent constantă. Să se determine masa pistonului şi deplasarea sa.

1.28. Într-un vas de formă cubică, cu latura $H = 10cm$, plin până la jumătate cu apă, este introdus, ca în figura 1.28, un sifon, având capătul din interior chiar la fundul vasului. Celălalt capăt se află la distanța $h_0 = 1,7m$ sub nivelul inițial al apei din vas. Presiunea atmosferică (p_0) este cea normală, de o atmosferă. După introducerea sifonului, trecerea sa prin capacul vasului se ermetizează. Considerând că volumul (intern al) sifonului este neglijabil de mic, să se

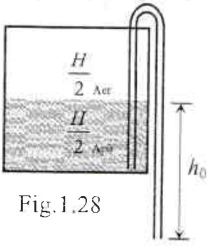


Fig.1.28

determine masa de apă ce poate ieşi din vas prin sifon. Densitatea apei precum şi accelerația gravitațională a locului sunt cunoscute.

1.29. O pompă cu volumul V_0 este conectată la un tub subțire (cu volum neglijabil) care face legătura între două recipiente mai mari, cu volumele constante V_1 şi V_2, în care se află gaze cu raportul presiunilor $p_2 / p_1 = m$. Supapa de legătură cu vasul V_1 se deschide numai la coborârea pistonului pompei (la aspirație) iar supapa de legătură cu vasul V_2 se deschide numai la ridicarea pistonului pompei (la compresie). Să se determine: a). volumul V_0 al pompei ştiind că, după o singură cursă dus-întors (coborâre-ridicare) a pistonului, raportul presiunilor din cele două recipiente a devenit $p_2' / p_1' = n$; b). raportul presiunilor gazelor din cele două recipiente după k curse dus-întors ale pistonului ştiind că volumul V_0 al pompei este cel determinat anterior. Veți admite că temperatura gazelor din cele două recipiente este aceeaşi şi că ea rămâne mereu constantă.

1.30. Într-un cilindru vertical, un piston ce se poate mişca liber, separă două mase egale de gaz. Atunci când gazele au aceeaşi temperatură, volumul compartimentului inferior este de k=3 ori mai mic decât a celui superior. De câte ori trebuie modificată temperatura gazului din partea de jos pentru ca volumul respectivului compartiment să fie de n=4 ori mai mic decât a celui superior, în care gazul a păstrat temperatura inițială.

1.31. Un mol de gaz perfect monoatomic ($C_V = 3R/2$) se destinde din aceeaşi stare inițială, cu temperatura absolută T, odată izoterm şi, apoi, adiabatic, volumul final fiind acelaşi în ambele cazuri. Determinați suma lucrurilor mecanice efectuate de gaz în cele două transformări ştiind că raportul presiunilor finale este 3/2.

1.32. Un tub de sticlă cu secțiune transversală internă constantă este îndoit sub formă de inel circular şi dispus în plan vertical (fig.1.32). Un obturator fix A şi o coloană B foarte subțire de mercur, care se poate mişca liber, împart tubul în două părți. În partea cu volum mai mare se află un număr dublu de moli de gaz ideal față de partea cu volum mai mic. La început, temperatura gazului

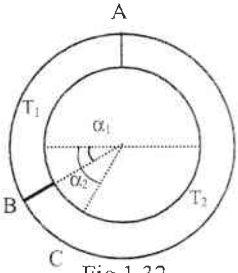


Fig.1.32

din partea cu volum mai mic este $T_1 = 260K$ iar în partea cu volum mai mare este $T_2 = 410K$, dopul de mercur fiind într-o poziție caracterizată prin unghiul $\alpha_1 = 30^0$. La ce temperatură T_x, aceeaşi în ambele compartimente, dopul de mercur ajunge în poziția C, caracterizată prin unghiul $\alpha_2 = 60^0$? Masele de gaz sunt foarte mici în comparație cu masa dopului de mercur. Nu se va ține cont de presiunea vaporilor saturanți de mercur. Lungimea (grosimea) dopului de mercur precum şi diametrul secțiunii transversale a tubului sunt mult mai mici decât raza inelului circular.

1.33. Vasul cilindric din fig.1.33 are în interior un paravan intermediar şi două pistoane, unul la stânga iar celălalt la dreapta acestuia. În fiecare

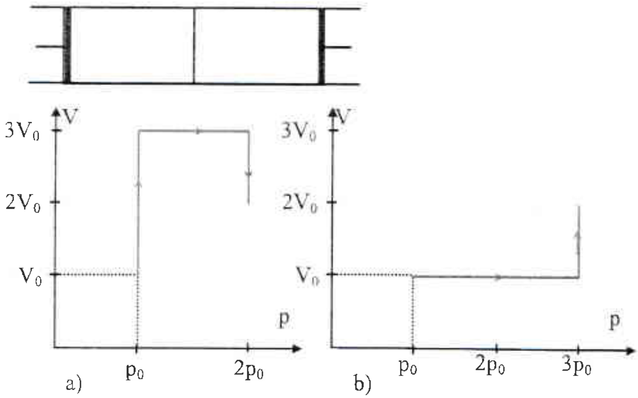


Fig.1.33

compartiment se află câte un kilomol de gaz ideal monoatomic, la presiunea p_0 şi volumul V_0. Gazul din compartimentul din stânga (dreapta) suferă procesul reprezentat în figura a (b), după care cilindrul se termoizolează şi se desființează paravanul intermediar. Cât va fi presiunea finală a gazului?

1.34. Într-un cilindru orizontal, cu piston etanş, se află ν moli de gaz ideal la temperatura absolută T şi la o presiune de n ori mai mică decât cea atmosferică, p_0, exterioară pistonului. Pistonul este blocat de un opritor care nu îi permite să se deplaseze în sensul comprimării gazului. Cunoscând căldura molară la volum constant (C_V), să se determine cantitatea de căldură ce a fost transmisă gazului ştiind că volumul său a crescut de $k > 1$ ori. Pistonul se poate deplasa fără frecare. Aplicație: $C_V = 3R/2$, $\nu = 1kmol$, $T = 300K$, $n = k = 2$.

1.35. Un vas cilindric orizontal, închis la ambele capete şi izolat termic față de exterior, conținând o anumită cantitate de gaz ideal monoatomic, este divizat în două compartimente de un piston mobil, bun conducător de căldură, cu masă neglijabilă. Temperatura inițială a gazului în compartimentul din partea dreaptă este $3T$. Cât este temperatura gazului în compartimentul din partea stângă, în starea inițială, dacă după ce temperaturile au devenit egale, la valoarea T, volumele compartimentelor s-au inversat ? Pierderile de căldură se pot considera neglijabile.

1.36. Un recipient cu volumul $V_1 = 1dm^3$ conține $\nu_1 = 1mol$ de gaz ideal. Recipientul se află într-un vas cu volumul $V_2 = 10dm^3$ în care se află ν_2 moli din acelaşi gaz ideal. Gazele se încălzesc la volume constante şi au în permanență aceeaşi temperatură. Pereții recipientului suportă presiuni mai mici decât $p = 10^5 Pa$, iar cei ai vasului-presiuni mai mici decât $p' = 10^6 Pa$. Să se determine: a). între ce valori poate fi cuprins numărul de moli (ν_2) pentru ca explozia recipientului să provoace explozia vasului? b). valoarea lui ν_2 pentru ca explozia recipientului să se producă simultan cu cea a vasului; c). valoarea lui ν_2 astfel ca, mai întâi, să se producă explozia vasului interior.

1.37. Pentru încălzirea izobară, de la $10^0 C$ la $60^0 C$, a unei anumite cantități de gaz ideal, este necesară cantitatea de căldura $Q_p = 5000J$ iar pentru încălzirea izocoră a aceleiaşi cantități de gaz, de la $27^0 C$ la $77^0 C$ este necesară cantitatea de căldura $Q_V = 3500J$. Ce volum ocupă respectivul gaz la $54^0 C$ şi la presiunea $p_0 = 100kPa$?

1.38. Aerul din pneurile unui automobil are temperatura $t_1 = 14^0 C$ şi presiunea $p_1 = 500kPa$. De câte ori se micşorează suprafața de contact cu drumul dacă, după o anumită călătorie, temperatura din pneuri a devenit $t_1 = 57^0 C$? Se cunoaşte presiunea atmosferică $p_a = 100kPa$. Modificarea volumului pneurilor se poate neglija.

1.39. O retortă de sticlă, deschisă, a fost încălzită până la temperatura t_1. Ea are forma unei sfere cu raza $a = 2cm$ ce se continuată cu un „gât” drept cu lungimea $\ell = 10cm$, al cărui diametru interior este $d = 1cm$. După încălzire, cu gâtul în jos, în poziție verticală, ea a fost introdusă în întregime într-un vas cu apă. Când retorta a ajuns la temperatura apei din vas, anume la valoarea $t_2 = 13^0 C$, a început să fie ridicată încet, gâtul său rămânând mereu în poziție verticală. S-a constatat că atunci când nivelul apei în interior (gât) și în exterior (vas) a fost același, în apă a rămas doar jumătate din lungimea gâtului. Ce valoare a avut temperatura inițială t_1 ?

1.40. O masă m de gaz ideal având masa molară μ, aflată inițial la presiunea p_1 și temperatura T_1, suferă o destindere politropă reversibilă, astfel încât presiunea finală este p_2, iar temperatura finală este T_2. Să se calculeze valoarea indicelui n al politropei și cantitatea de căldură transferată sistemului termodinamic considerat.

1.41. În interiorul unui container cu volumul constant V se află un balon elastic cu volumul $V/4$. În container și în interiorul balonului se află aer cu temperatura T_0. Când gazul din interiorul balonului se încălzește până la temperatura T_1 iar temperatura gazului din container rămâne nemodificată, volumul balonului se dublează. Până la ce temperatură (T_x) ar trebui răcit gazul din container, menținând constantă temperatura (T_0) din interiorul balonului, pentru ca volumul balonului să se dubleze? Nu există transfer de căldură prin pereții balonului și se consideră că proprietățile elastice ale materialului din care este confecționat balonul nu se modifică atunci când temperatura variază. Aplicație numerică: $T_0 = 300K$, $T_1 = 375K$.

1.42. Într-un vas cilindric termoizolant, sub un piston masiv ce se poate mișca liber, termoizolator și el, se află heliu ce ocupă un volum $V_1 = 8\ litri$. Acest vas (fig.1.42) este conectat printr-un tub subțire, prevăzut cu robinetul K, cu un vas „de evacuare”, termoizolant, gol la început, având volumul $V_2 = 5\ litri$ La început robinetul este bun și este închis. Apoi, de la un moment dat, din cauza unei mici defecțiuni, robinetul începe să permită trecerea lentă

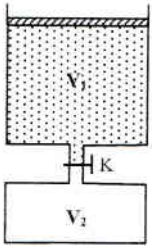


Fig.1.42